Université M’Hamed Bougara Année  : 2022-2023

Faculté des Science Matière : processus stochastiques 1

Département de Mathematiques Master MSS /S1

**SERIE N0 2**

**Exercice 1** Trois chaines télévision A,B,C se partagent la diffusion de la coupe du monde de football. D’un match au suivant, elle évolue de la façon suivante :

10% des téléspectateurs de A passent sur B et 10% sur C,

20% des téléspectateurs de B passent sur A et 10% sur C,

30% des téléspectateurs de C passent sur A et 10% sur B.

Donner la matrice de transition et tracer son graphe.

**Exercice 2** Soit une suite de variables aléatoires indépendantes, identiquement distribuées , de loi commune et Montrer que la suite de terme général n’est pas une chaine de Markov.

**Exercice 3**  Soit la matrice

1. Pourquoi la matrice est stochastique ?
2. On admet que la matrice est la matrice de transition d’une chaine de Markov sur les états .
3. Représenter le graphe associé à cette chaine de Markov
4. Donner les probabilités suivantes : et

**Exercice** 4 Soit une chaine de Markov d’espace d’états et de matrice de transition donnée par :

,

1. Calculer la probabilité que la chaine quitte l’état 1 pour la première fois après 2 transitions.
2. Suivant les valeurs de  :

a- Donner la nature des états et donner les classes de communication

b-Etudier l’ergodicité de la chaine et donner la distribution stationnaire lorsqu’elle existe.

On pose , déterminer la distribution stationnaire si elle existe. En déduire

**Exercice 5** On considère une ligne de téléphone. L’état de cette ligne à l’étape est 0 si elle est libre et 1 si elle est occupée. Entre deux instants successifs, il y a une probabilité 1/2 pour qu’un appel arrive. Si la ligne est occupée et qu’un appel arrive, cet appel est perdu. La probabilité pour que la ligne se libère entre l’instant et l’instant () est 1/3.

1. La suite est elle une chaine de Markov ?
2. Donner la matrice de transition et représenter son graphe
3. Trouver la distribution de et si la distribution initiale est .
4. Calculer
5. Calculer et
6. Calculer les probabilités de premier retour à l’état 1 en transitions.
7. Montrer que l’état 1 est récurrent positif.

**Exercice 6** une chaine de Markov d’espace d’états et de matrice de transition telle que

1. Calculer la probabilité
2. Quelle est la probabilité que partant de l’état 2, la chaine le quitte pour la première fois après 3 transitions ?
3. Soit la loi initiale , quelle est la probabilité qu’après 2 transitions la chaine soit à l’état 4.

**Exercice 7** Soit une chaine de Markov possédant 5 états notés 1,2,3,4,5 et de matrice de transition donnée par

1. Etudier la chaine (graphe, nature des états)
2. Combien de temps en moyenne faut-il atteindre l’état 1.
3. Trouver la periode

**Exercice 8** A joue contre B une suite de pile ou face non biaisés et indépendants. La somme de leurs fortunes et de 4 . A chaque partie, le joueur qui gagne reçoit 1€. Le jeu s’arrête lorsque l’un des deux joueurs est ruiné. L’état de la chaine est la fortune de A à l’étape

1. Donner l’espace des états, la matrice de transition et tracer son graphe
2. Classifier les états.
3. Donner la forme canonique de la matrice et calculer la matrice fondamentale
4. Trouver les temps moyens d’absorption et les probabilités d’absorption.